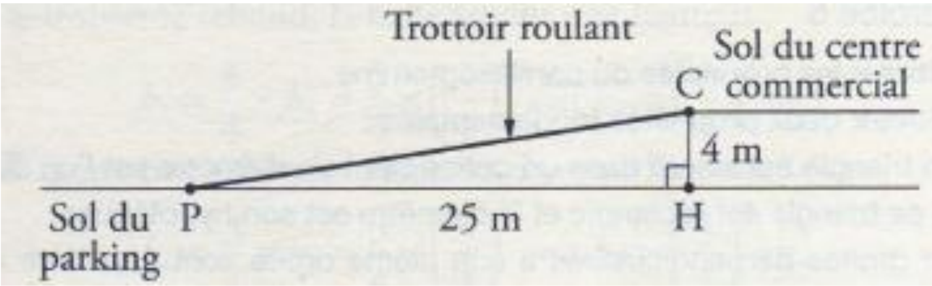
Tâche complexe (exercice donné au brevet)

Les gérants d'un centre commercial ont construit un parking souterrain et souhaitent installer un trottoir roulant pour accéder de ce parking au centre commercial.

Les personnes empruntant ce trottoir roulant ne doivent pas mettre plus de 1 minute pour accéder au centre commercial.

La situation est présentée par le schéma ci-après :



Voici les caractéristiques de deux modèles de trottoir roulant :

Modèle 1	Modèle 2
• Angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale : 12°.	• Angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale : 6°.
• Vitesse : 0,5 m/s.	• Vitesse : 0,75 m/s.

Est-ce que l'un de ces deux modèles peut convenir pour équiper ce centre commercial ? Justifier.

LA CORRECTION :

METHODE : Avant de commencer, on doit trouver la démarche. On réfléchit donc à ce que l'on doit calculer.
Après la lecture de l'énoncé, il va falloir vérifier deux contraintes :

1ère contrainte : L'angle $\widehat{CPH}$ < 12 ° pour le modèle 1 et $\widehat{CPH}$ < 6 ° pour le modèle 2
Donc le calcul l'angle $\widehat{CPH}$ est indispensable. On utilisera pour cela le trigo

2ième contrainte : Le temps mis pour aller de P à C **doit être inférieur à 1 min** c'est-à-dire 60 s.
D'après la formule de la vitesse $V = \frac{D}{T}$
On a alors que $T = \frac{D}{V}$ avec D = PC et V la vitesse du modèle 1 ou du modèle 2
Donc le calcul le distance PC paraît également indispensable.
On utilisera pour cela le Théorème de Pythagore

VOICI LA SOLUTION :

- **Calculons la mesure de l'angle $\widehat{CPH}$** .

Le triangle CPH étant rectangle, nous pouvons calculer la tangente de l'angle $\widehat{CPH}$:

$$\text{Tan } \widehat{CPH} = \frac{longueur\ du\ côté\ opposé\ à\ P}{longueur\ de\ côté\ adjacent\ à\ P}$$

$$\text{Tan } \widehat{CPH} = \frac{CH}{PH}$$

$$\text{Tan } \widehat{CPH} = \frac{4}{25}$$

$$\text{Tan } \widehat{CPH} \approx 0{,}16 .$$

Ainsi (grâce à la touche $\tan^{-1}$ de la calculatrice), on obtient : $\widehat{CPH} \approx 9°$ (arrondi au degré près)

Par conséquent, le trottoir roulant du Modèle 2 (qui a un angle d'inclinaison maximum avec l'horizontale de 6° seulement) ne convient pas.

Continuons pour voir si le modèle 1 remplit la deuxième contrainte sur le temps mis pour aller de P vers C en moins d'une minute :

- **Calculons la longueur PC**, en appliquant le **théorème de Pythagore** dans le triangle CPH rectangle en H :

  $PC^2 = PH^2 + CH^2 = 25^2 + 4^2 = 641$ et donc $PC = \sqrt{641}$ soit **$PC \approx 25{,}32$ m** .

- Calculons maintenant **le temps mis par une personne qui emprunterait le trottoir roulant du Modèle 1**.

  On a : $t = \frac{d}{v} = \frac{25{,}32}{0{,}5}$ soit $t \approx$ **51 s** . Le temps est inférieur à une minute.

Finalement, **le trottoir roulant du modèle 1 convient** !

Remarque : Si vous avez commencé par calculer PC avant l'angle vous pouviez alors utiliser indifféremment COS, SIN ou TAN .

Voici par exemple le calcul de cet angle avec le cosinus :

Le triangle CPH étant rectangle, nous pouvons calculer le cosinus de l'angle $\widehat{CPH}$:

$$\text{Cos } \widehat{CPH} = \frac{longueur\ du\ côté\ adjacent}{longueur\ de\ l'hypoténuse}$$

$$\text{Cos } \widehat{CPH} = \frac{PH}{PC}$$

$$\text{Cos } \widehat{CPH} = \frac{25}{25{,}32}$$

Attention, il faut prendre une valeur de PC avec au moins deux décimales car sinon on se retrouve avec PC = PH et vous aurez alors un angle égal à 0. En trigonométrie, les longueurs doivent être les plus précises possible : $\text{Cos } \widehat{CPH} \approx 0{,}987$.

Ainsi (grâce à la touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice), on obtient : $\widehat{CPH} \approx 9°$.