

NUM 4: NOMBRES EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE (1)

I. Ecriture fractionnaire d'un quotient : des rappels.

$\frac{a}{b}$ est l'écriture fractionnaire du résultat du quotient de a par b

$$a \div b = \frac{a}{b}$$

Diagram showing the components of the fraction $\frac{a}{b}$:
- The top part, a , is labeled "Numérateur" (Numerator).
- The bottom part, b , is labeled "Dénominateur" (Denominator).

Exemples :

Le quotient de 12 par 4 peut s'écrire sous forme fractionnaire $\frac{12}{4}$

$$\text{On a : } \frac{12}{4} = 12 : 4 = 3 \quad \text{et} \quad \frac{12}{4} \times 4 = 12$$

Le quotient de 3,5 par 7 peut s'écrire sous forme fractionnaire $\frac{3,5}{7}$

$$\text{On a : } \frac{3,5}{7} = 3,5 : 7 = 0,5 \quad \text{et} \quad \frac{3,5}{7} \times 7 = 3,5$$

Lorsque a et b sont des entiers, l'écriture $\frac{a}{b}$ s'appelle une fraction

Exemple :

Parmi les écritures fractionnaires $\frac{12}{4}$ et $\frac{3,5}{7}$ seule $\frac{12}{4}$ est une fraction

Remarque : Certaines fractions n'admettent pas d'écriture décimale.

$$\text{Ex : } \frac{2}{7} \approx 0,286 \text{ (arrondi au millième)}$$

Exercice type : Donner une écriture fractionnaire des nombres suivants : 2,8 ; 3,65 ; 4,001

Solution :

$$2,8 = \frac{28}{10} \quad 3,65 = \frac{365}{100} \quad 4,001 = \frac{4001}{1000}$$

Calcul mental : à retenir : $\frac{1}{10} = 0,1$ $\frac{1}{2} = 0,5$ $\frac{1}{4} = 0,25$ $\frac{3}{4} = 0,75$

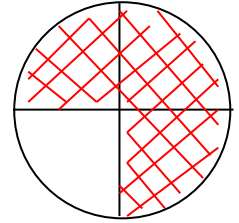
II Différentes interprétations d'une fraction

Comme on l'a vu précédemment une fraction permet de représenter un quotient. Elle permet également de :

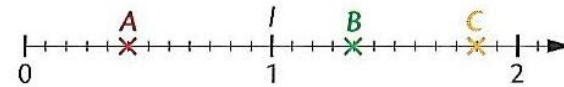
- Décrire le partage équitable d'une ou plusieurs unités :

La fraction $\frac{3}{4}$ représente une quantité : c'est 3 parties d'une unité partagée en 4 parties égales

$$\text{On a } \frac{3}{4} = 3 \times \frac{1}{4}$$



- De repérer un point sur une droite graduée



On a : A a pour abscisse B a pour abscisse $\frac{16}{12}$ C a pour abscisse $\frac{22}{12}$

▶ Vidéo <https://youtu.be/ldQhhA3s140>

Placer des fractions sur une droite graduée permet de les comparer rapidement, de les encadrer par des entiers

- De décrire une proportion, une fréquence

Exemple : Dans le mot MATH, 3 lettres sur 4 sont des consonnes

On dit que la proportion (ou la fréquence) de consonnes parmi les lettres du mot MATH est $\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4} = 0,75 = \frac{75}{100}$ cette proportion (ou fréquence) peut donc s'exprimer également avec un nombre décimal 0,75 ou par un pourcentage 75%.

On retiendra que par exemple : $75\% = \frac{75}{100}$

III. Egalités de fractions :

Deux fractions peuvent représenter le même nombre

Par exemple : $\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$

1) Une Nouveauté

Règle 1 des produits en croix : Deux fractions sont égales si les produits en croix sont égaux.

Exemple : Les deux fractions suivantes sont égales car :

$\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$ $3 \times 10 = 30$
 $5 \times 6 = 30$

Exercice type : Les fractions suivantes sont-elles égales ?

➤ $\frac{4}{6}$ et $\frac{6}{9}$? OUI car $4 \times 9 = 6 \times 6$

➤ $\frac{7}{3}$ et $\frac{9}{4}$? NON car $7 \times 4 \neq 3 \times 9$

Pour les exercices 6 et 7, recopier et compléter avec le signe = ou le signe ≠.

6 a. $\frac{1}{2} \dots \frac{5}{8}$ b. $\frac{5}{4} \dots \frac{10}{8}$ c. $\frac{12}{6} \dots \frac{6}{12}$

d. $\frac{7}{2} \dots \frac{28}{10}$ e. $\frac{9}{3} \dots \frac{12}{4}$ f. $\frac{20}{12} \dots \frac{5}{3}$

7 a. $\frac{3}{2} \dots \frac{8}{6}$ b. $\frac{2}{12} \dots \frac{1}{6}$ c. $\frac{4}{4} \dots \frac{6}{6}$

d. $\frac{4}{7} \dots \frac{16}{28}$ e. $\frac{4}{6} \dots \frac{6}{9}$ f. $\frac{7}{3} \dots \frac{9}{4}$

2) Une règle vue en 6^{ème}

Règle 2 : Deux fractions (ou écritures fractionnaires) sont égales si on passe de l'une à l'autre en multipliant (ou en divisant) le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

Exemples :

➤ $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 5}{4 \times 5} = \frac{5}{20}$

➤ $\frac{50}{20} = \frac{50 \div 10}{20 \div 10} = \frac{5}{2}$ on dit qu'on a simplifié la fraction par 10

Méthode : Trouver des fractions égales

▶ Vidéo <https://youtu.be/l7orbsqx89U>

Pour chacune des fractions suivantes, trouver 2 fractions

égales : $\frac{4}{3}$; $\frac{5}{2}$; $\frac{9}{5}$

Solution :

a) $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 5}{3 \times 5} = \frac{20}{15}$ et $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 3}{3 \times 3} = \frac{12}{9}$

b) $\frac{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2 \times 4} = \frac{20}{8}$ et $\frac{5}{2} = \frac{5 \times 10}{2 \times 10} = \frac{50}{20}$

c) $\frac{9}{5} = \frac{9 \times 2}{5 \times 2} = \frac{18}{10}$ et $\frac{9}{5} = \frac{9 \times 786}{5 \times 786} = \frac{7074}{1572}$!!!

Remarque : Cette règle 2 s'applique-t-elle à l'addition et la soustraction ?

$\frac{3}{4} \xrightarrow{+5} \frac{8}{9}$ En effet : $\frac{3}{4} = 0,75$ et $\frac{8}{9} \approx 0,9$

Non, cette règle n'est pas vraie pour l'addition et la soustraction !

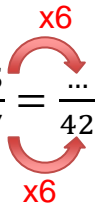
Méthode : Modifier l'écriture d'une fraction

▶ Vidéo https://youtu.be/Ate81v_xUiY

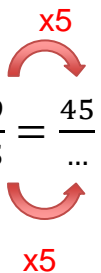
Compléter les égalités :

a) $\frac{5}{7} = \frac{\dots}{42}$ b) $\frac{9}{5} = \frac{45}{\dots}$ c) $\frac{27}{21} = \frac{9}{\dots}$

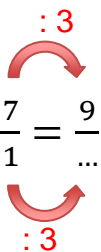
Solution :

a) $\frac{5}{7} = \frac{\dots}{42}$  Au dénominateur, on passe de 7 à 42 en **multipliant par 6**. On fait de même au numérateur, ainsi $5 \times 6 = 30$.

Et donc : $\frac{5}{7} = \frac{30}{42}$

b) $\frac{9}{5} = \frac{45}{\dots}$  Au numérateur, on passe de 9 à 45 en **multipliant par 5**. On fait de même au dénominateur, ainsi $5 \times 5 = 25$.

Et donc : $\frac{9}{5} = \frac{45}{25}$

c) $\frac{27}{21} = \frac{9}{\dots}$  Au numérateur, on passe de 27 à 9 en **divisant par 3**. On fait de même au dénominateur, ainsi $21 : 3 = 7$.

Et donc : $\frac{27}{21} = \frac{9}{7}$

Méthode : Simplifier une fraction

▶ Vidéo <https://youtu.be/6ce96Tze9nl>

1) Simplifier la fraction $\frac{49}{63}$.

49 et 63 appartiennent à une **même table** de multiplication. Laquelle ?

La table de 7, on peut donc **diviser** numérateur et dénominateur **par 7**.

$$\begin{array}{ccc} 49 & \xrightarrow{:7} & 7 \\ \text{---} & = & \text{---} \\ 63 & \xrightarrow{:7} & 9 \end{array}$$

Remarque : On peut aussi écrire cela comme suit :

$\frac{49}{63} = \frac{7 \times 7}{7 \times 9} = \frac{7}{9}$ ce qui permet de ne pas avoir de division ; dit alors qu'on a simplifié la fraction par 7

2) Simplifier de même les fractions suivantes :

$$\frac{12}{28} ; \frac{45}{35} ; \frac{63}{81} ; \frac{110}{132} ; \frac{77}{35}$$

$$\frac{12}{28} = \frac{4 \times 3}{4 \times 7} = \frac{3}{7} \quad \frac{45}{35} = \frac{5 \times 9}{5 \times 7} = \frac{9}{7} \quad \frac{63}{81} = \frac{9 \times 7}{9 \times 9} = \frac{7}{9}$$

$$\frac{110}{132} = \frac{2 \times 55}{66 \times 2} = \frac{55}{66} = \frac{11 \times 5}{11 \times 6} = \frac{5}{6} \quad \frac{77}{35} = \frac{7 \times 11}{7 \times 5} = \frac{11}{5}$$

Simplifications utiles à connaître :

$$1) \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4} = \dots = 1$$

$$2) \frac{4}{1} = 4, \frac{6}{1} = 6, \frac{7}{1} = 7, \dots$$

Exercice type : Simplifier les fractions :

$$\frac{32}{28} ; \frac{64}{80} ; \frac{15}{35} ; \frac{49}{35} ; \frac{14}{21} ; \frac{8}{16} ; \frac{120}{140} ; \frac{12}{36} ; \frac{3700}{1200} ; \frac{48}{56} ; \frac{81}{99} ; \frac{77}{66}$$

Réponses :

$$\frac{8}{7} ; \frac{4}{5} ; \frac{3}{7} ; \frac{7}{5} ; \frac{2}{3} ; \frac{1}{2} ; \frac{6}{7} ; \frac{1}{3} ; \frac{37}{12} ; \frac{6}{7} ; \frac{9}{11} ; \frac{7}{6}$$

IV Fraction d'une quantité (rappel de 6^{ième})

Règle : Prendre une fraction d'une quantité revient à multiplier la fraction et la quantité.

Exemples : Calculer les trois quarts de 320

Solution :

Calculer les trois quarts de 320 revient à multiplier $\frac{3}{4}$ et 320.

Pour cela 3 méthodes de calcul :

Méthode 1 : $\frac{3}{4} \times 320 = 0,75 \times 320 = 240$

Méthode 2 : $\frac{3}{4} \times 320 = 3 \times \left(\frac{320}{4}\right) = 3 \times 80 = 240$

Méthode 3 : $\frac{3}{4} \times 320 = \frac{3 \times 320}{4} = \frac{960}{4} = 240$

Remarque : Parmi ces trois méthodes, la deuxième se fait de tête

