Chapitre 9 # FONCTIONS AFFINES

Nous avons déjà étudié la notion de fonctions au 1er semestre. Reste maintenant à étudier notre première famille de fonctions (assez simples) que l'on appelle les fonctions affines.

I. Découverte des fonctions affines

Dans l'activité 1 sur les tarifs, nous avons rencontré trois fonctions :

$$f: x \longmapsto 8x \quad g: x \mapsto 4x + 40 \quad h: x \mapsto 92$$

Ces trois fonctions font partie de la famille des fonctions affines

En effet, on dira **qu'une fonction f est affine** si on peut l'écrire

sous la forme $x \longmapsto ax + b$ avec a et b deux nombres fixés

Pour $f: x \longmapsto 8x$ a=8 et b=0

Pour $g: x \mapsto 4x + 40$ a=4 et b= 40

Pour $h: x \mapsto 92$ a=0 et b=92

On peut retenir qu'une fonction affine est un programme de calculs qui prend un nombre de départ le multiplie par un nombre fixé a et ajoute au résultat un autre nombre fixé b.

$$\boxed{x} \xrightarrow{\times\, a} \boxed{a \times x} \xrightarrow{+b} \boxed{a \times x + b}$$

Cas particuliers de fonctions affines :

- Lorsque b=0 alors la fonction affine est dite linéaire, elle est de la forme $f: x \longmapsto ax$ avec a un nombre fixé.

Dans notre exemple $f: x \longmapsto 8x$ donc a=8. Cette fonction linéaire a pour fonction de multiplier n'importe quel nombre par 8.

Toute situation de proportionnalité peut être modélisée par une fonction linéaire.

- Lorsque a=0 alors la fonction affine est dite constante

Dans notre exemple $h: x \mapsto 92$ donc b =92 . Cette fonction a pour fonction d'associer à n'importe quel nombre toujours la même valeur à savoir ici 92.

D'autres exemples de fonctions affines :

$f: x \to 4x + 25$ g : $x \to 4x - 25$ h : $x \to -4x + 25$ j : $x \to \frac{x}{4} + 25$

k : $x \to 4x$ m : $x \to 25$ k est aussi linéaire et m est constante.

Contre-exemples :

$f: x \to 4x^2 + 25$ g : $x \to \frac{4}{x} + 25$ ne sont pas des fonctions affines

Exercice type : Calculs d'images ou d'antécédents avec une fonction affine

Soit f : $x \mapsto 2x + 4$ une fonction affine (cette fonction suit le programme de calculs suivants : on multiplie par 2 puis on ajoute 4)

- Calculer les images des nombres 0 ; 5 ; -3 :

f(0) = 2x0+4 = 4 f(5) = 2x5 + 4 =14 f(-3) =2x(-3) +4 = -2

- Calculer l'antécédent de 10 : on cherche x tel que $2x + 4 = 10$
  Il faut résoudre cette petite équation on trouve alors
  $2x + 4 - 4 = 10 - 4$
  $2x = 6$ d'où $x = \frac{6}{2} = 3$
  L'antécédent de 10 est 3
  On pouvait aussi calculer de tête : 10-4=6 et 6 :2 = 3 c'est-à-dire faire le programme de calculs à l'envers

II. Comment représenter une fonction affine ?

Propriété : Soit f la fonction affine définie par $x \to ax + b$
La représentation graphique de f est la droite constituée de tous les points de coordonnées (x ; $ax + b$).
Cette droite passe par le point B (0 ; b)
a est appelé le coefficient directeur de la droite
b est appelé l'ordonnée à l'origine

Cas particuliers :
2) Une fonction linéaire est représentée par une droite passant par l'origine.
3) Une fonction constante est représentée par une droite parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice type: Représenter une fonction affine dans un repère :
Méthode : pour tracer la représentation graphique d'une fonction affine, il faut déterminer **deux points de cette droite**.
On peut choisir comme on le souhaite deux valeurs de x **et calculer leur image respective. Ici, j'ai choisi $x = 0$ puis $x = 1$.**

- f : $x \to 2x$

coefficient directeur : 2

ordonnée à l'origine : 0

x	0	1
$f(x)$	0	2

- g :: $x \to 2x + 3$

coefficient directeur : 2

ordonnée à l'origine : 3

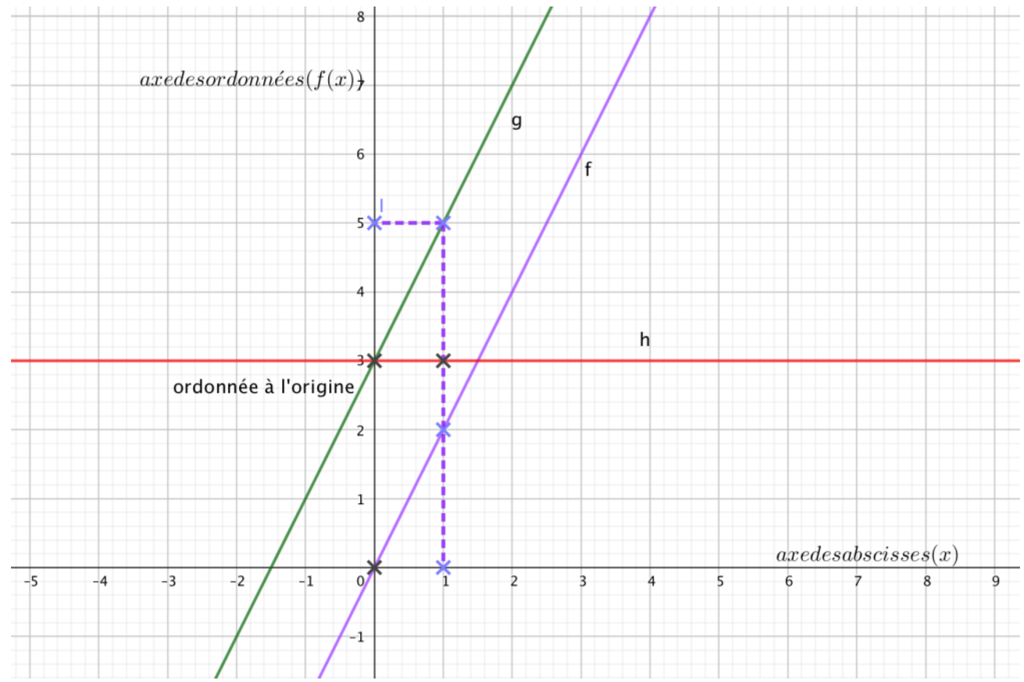
x	0	1
$g(x)$	3	5

- $h: x \to 3$

coefficient directeur : 0

ordonnée à l'origine : 3

x	0	1
$h(x)$	3	3



Rôle du coefficient directeur :